PART4　2つの円の位置関係と共通接線

要点① 2つの円の位置関係

2つの円の位置関係は，それぞれの円の半径と中心間の距離で決まる。

円O，円O′の半径をそれぞれr，r' $(r>r')$，中心間の距離をdとすると，2つの円O，O′の位置関係は，右の[1]～[5]の5通りの場合がある。

[2]，[4]のように，2つの円がただ1つの共有点をもつとき，この2つの円は「　　　　」といい，その共有点を「　　」という。2つの円が接するとき，接点は2つの円の中心を通る直線上にある。

また，[1]～[5]のそれぞれにおいて，r，r'，dの関係は以下のようになる。

[1]　$d>r+r'$

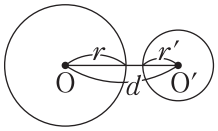
[2]　　　　　　（中心間の距離が　　　　　に等しい）

[3]　$r-r'<d<r+r'$

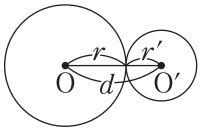
[4]　　　　　　（中心間の距離が　　　　　に等しい）

[5]　$d<r-r'$

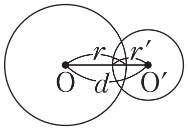
[1] 互いに外部にある



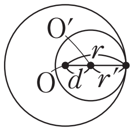
[2]　　　する



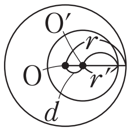
[3] 2点で交わる



[4]　　　する



[5] 一方が他方の内部にある

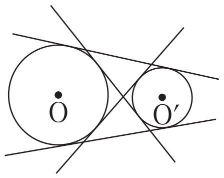


要点② 2つの円の共通接線

1つの直線が，2つの円の両方に接するとき，この直線を2つの円の「　　　　　」という。

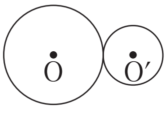
2つの円の共通接線の本数は，2つの円の位置関係によって次のようになる。

[1] 互いに外部にある



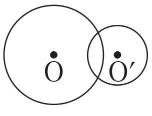
共通接線
4本

[2] 外接する



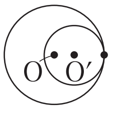
共通接線
　本

[3] 2点で交わる



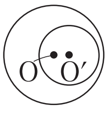
共通接線
　本

[4] 内接する



共通接線
　本

[5] 一方が他方の内部にある

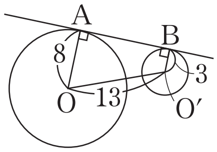


共通接線
　本

[MEMO]

4 (1) 2円O, O′ の半径をそれぞれ3, 6, 中心間の距離を9とする。2円O, O′ の位置関係と，共通接線の本数を答えよ。

(2) 右の図で，直線ABは2つの円の共通接線で，A，Bは接点である。線分ABの長さを求めよ。



Point Pickup

2円の位置関係と共通接線の本数

2円の位置関係は，2円の半径と，中心間の距離によって，[1] 互いに外部にある
[2] 外接する　[3] 2点で交わる　[4] 内接する　[5] 一方が他方の内部にある
の5つの場合に分かれる。また共通接線の本数は，2円の位置関係によって決定する。
とくに2円が

外接する　$\Longleftrightarrow$　(中心間の距離)＝(半径の和)

内接する　$\Longleftrightarrow$　(中心間の距離)＝(半径の差)

第 8 講　PART4 確認問題

1 2円O，O′ の半径をそれぞれ3，4とし，中心間の距離を d とする。
d の値が次のときの2円の位置関係を，下の①～④のうちから選べ。

$d=7$ のとき，[ア]

$d=10$ のとき，[イ]

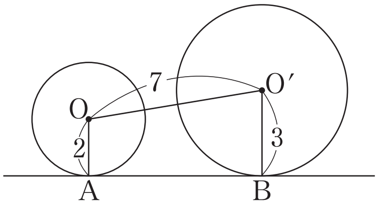
① 互いに外部にある　② 外接する
③ 内接する　④ 2点で交わる

2 2円O，O′ の半径をそれぞれ3，4とし，中心間の距離を d とする。
d の値が次のときの2円の共通接線の本数を求めよ。

$d=5$ のとき，[ウ] 本

$d=8$ のとき，[エ] 本

3 次の図で，直線ABは2つの円O，O′ の共通接線で，A，Bは接点である。

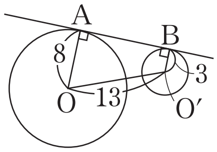


このとき，AB＝[オ]$\sqrt{[カ]}$ である。

PART4　2 つの円の位置関係と共通接線

4　(1)　2 円 O, O′ の半径をそれぞれ 3, 6, 中心間の距離を 9 とする。2 円 O, O′ の位置関係と, 共通接線の本数を答えよ。

(2)　右の図で，直線 AB は 2 つの円の共通接線で，A，B は接点である。線分 AB の長さを求めよ。



[解答]

(1)　9＝3＋6 より，2 円の中心間の距離と半径の和が等しい。

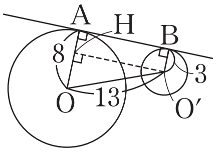
よって，2 円 O，O′ は 外接する。

また，共通接線の本数は 3 本

(2)　O′ から OA に垂線 O′H を下ろすと，OH＝5

よって $OO'^2=OH^2+O'H^2$ より $13^2=5^2+O'H^2$　　$O'H=12$

したがって $AB=O'H=12$



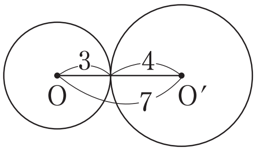
第 8 講　PART4 確認問題 解答

1　**[正解]** ア：②，イ：①

[解説]

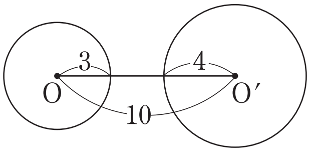
$d=7$ のとき，$d=3+4$ であるから，

2 円は**外接する**。 [A]

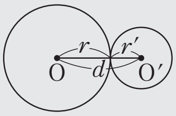


$d=10$ のとき，$d>3+4$ であるから，

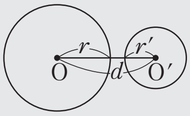
2 円は**互いに外部にある**。 [B]



[A]　$d=r+r'$ のとき，2 円は外接する。



[B]　$d>r+r'$ のとき，2 円は互いに外部にある。

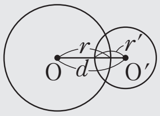


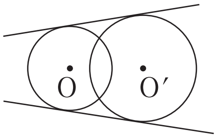
2 [正解] ウ：2，エ：4

[解説]

$d=5$ のとき，$4-3<d<4+3$ であるから，

2円は2点で交わる。 [C]

> [C]　$r>r'$，$r-r'<d<r+r'$ のとき，
> 2円は2点で交わる。
>
> 
>

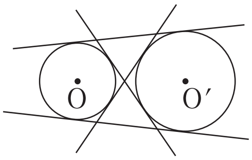


図のように，共通接線は，**2本**。 [D]

> [D]　共通接線の本数
> 2円の位置関係によって決定する。
> 　互いに外部にある　4本
> 　外接する　3本
> 　2点で交わる　2本
> 　内接する　1本
> 　一方が他方の内部にある　0本

$d=8$ のとき，$d>3+4$ であるから，

2円は，互いに外部にある。

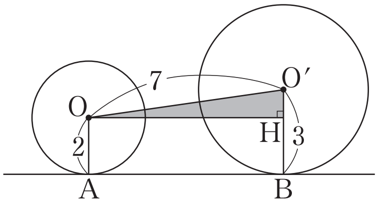


図のように，共通接線は，**4本**。

3 [正解] オ：4，カ：3

[解説]

中心Oから O′B に垂線 OH を引く。



直角三角形 OHO′ において，$OO'=7$，

$O'H=3-2=1$ であるから，

$$OH=\sqrt{7^2-1^2}$$ [E]

$$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$$

> [E]　直角三角形 OHO′ で三平方の定理を使う。

四角形 OABH は長方形であるから， [F]

$$AB=OH=4\sqrt{3}$$

> [F]　$OA\perp AB$，$O'B\perp AB$ だから，四角形 OABH の内角はすべて $90°$ となる。